

# 自分的には未解決問題

2003/05/19

ここは、みるくかふえや 2ch でう p された問題で、僕が今のところ解けていない問題の墓場です…。一応、う p しておこうと思います。いちおう、解決したのもも載っけときます。

## 未解決さん No.1

数列  $\{a_n\}$  を次のように定める。

$$a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 7$$

$$a_{n-3} * a_n = (a_{n-1})^2 - (a_{n-2})^2 \quad (n \geq 4)$$

このとき、任意の自然数  $n$  に対して、 $|a_n| < \frac{14}{\sqrt{3}}$  であることを示せ。

## コメント

数学的帰納法でやってみたけど、見事に沈没しました。  
せめて誘導が… (´ ˘ `);

## 未解決さん No.2

$n$  を 2 以上の整数とする。  $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}$  が無理数であることを証明せよ。

## コメント

$\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2} + \dots + \sqrt{p_n}$  ( $p_1, p_2, \dots, p_n$ : 素数) が無理数であることの証明は某ホムペにあったんだけど…。

## 未解決さん No.3

$m \geq 2$  なる整数  $m$  に対し,  $m < p < 2m$  を満たす素数  $p$  が必ず存在することを示せ.

### コメント

RM タンが調べてくれて, この問題は「ベルトラン・チェビシェフの定理」という名前が付いていることが判明しました。

## 未解決さん No.4(解決済)

$\cos(q\pi)$  が有理数となる有理数  $q$  を求めよ.

### コメント

最初, パニック状態だったんですが, BJ タン (天才です) が解いてくれます。  
答は,  $q = n, \frac{n}{2}, \frac{n}{3}$  ( $n$  は任意の整数) となります。

## 未解決さん No.5

定数で無い実数係数の多項式  $f(x)$  で,  $f(x^2) = f(x) * f(x-1)$  を満たすものを全て求めよ.

### コメント

オタ氏の問題 (´ `);。答は,  $f(x) = (x^2 + x + 1)^n$  ( $n$  は任意の自然数) となるらしいのですが, これだけに答が限定される理由がイマイチわからなかったという畷。